



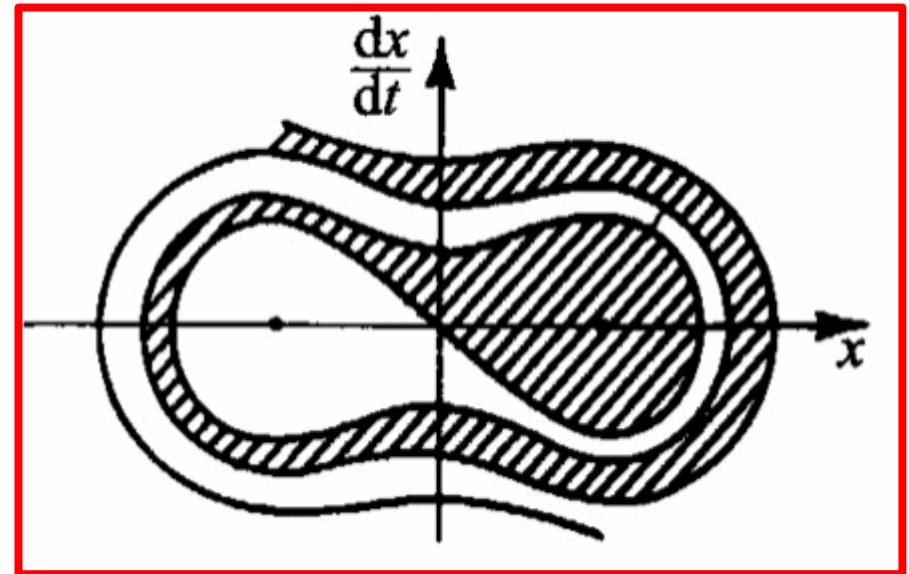
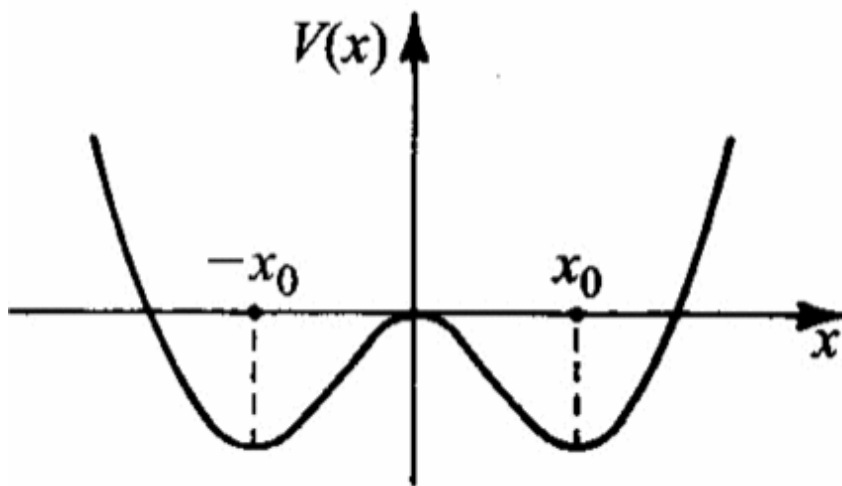
Universidad
Rey Juan Carlos

Un test de fractalidad: la Basin Boundary Entropy

Andreu Puy Contreras

Cuencas de atracción

Imagen del espacio de fases que conecta los **estados iniciales** de un sistema dinámico con los **estados finales atractores**.



McDonald, S. W., Grebogi, C., Ott, E., & Yorke, J. A. (1985). Fractal basin boundaries. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 17(2), 125-153.

Basin entropy

Métrica que cuantifica la incertidumbre de las cuencas de atracción.

Pasos:

- 1) **Tirar cajas.**
- 2) Calcular la **probabilidad** de tener un punto en la cuenca k dentro de la caja i .

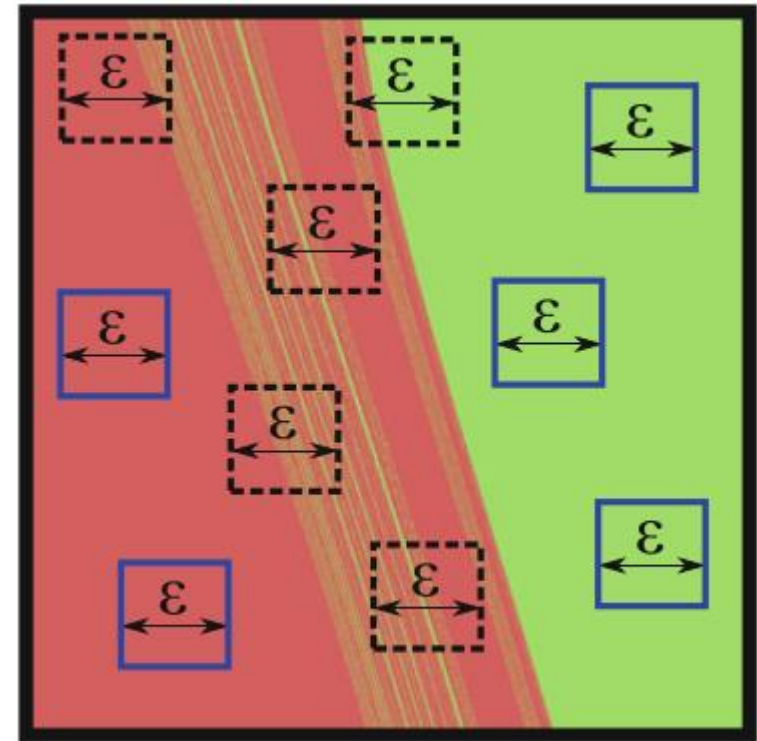
$$p(k|i) \equiv \frac{V(k|i)}{V(i)}$$

- 3) Calcular su **entropía** asociada:

$$S(i) = \sum_{k=1}^M -p(k|i) \ln p(k|i),$$

- 4) Calcular el **promedio** de las **entropías**:

$$S \equiv \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S(i)$$



Daza, A., Wagemakers, A., Georgeot, B., Guéry-Odelin, D., & Sanjuán, M. A. (2016). Basin entropy: a new tool to analyze uncertainty in dynamical systems. *Scientific reports*, 6, 31416.

Basin entropy

Se ha aplicado en:

- Dispersión caótica de átomos fríos.
- Racimos de células biológicas.
- Agujeros negros, etc.

A. Daza, B. Georgeot, D. Guéry-Odelin, A. Wagemakers and M. A. F. Sanjuán, "Chaotic dynamics and fractal structures in experiments with cold atoms," *Physical Review A* 95, 013629, (2017)

J. D. Bernal, J. M. Seoane and M. A. F. Sanjuán, "Uncertainty dimension and basin entropy in relativistic chaotic scattering," *Physical Review E* 97, 042214, (2018).

R. Donepudi and R. Ramaswamy, "The collective dynamics of NF- κ B in cellular ensembles," *The European Physical Journal Special Topics* 227, 851-863, (2018)

Á. Daza, J. O. Shipley, S. R. Dolan and M. A. F. Sanjuán, "Wada structures in a binary black hole system," *Physical Review D* 98, 084050, (2018)

Basin boundary entropy

Promedio de las entropías **solo** con cajas en **fronteras**:

$$S_{\varepsilon} \equiv \frac{1}{N_{\varepsilon}} \sum_{i=1}^{N_{\varepsilon}} S(i)$$

Si $S_{\varepsilon} > \ln(2)$ → Más de dos cuencas por caja en promedio.

→ *Frontera “fractal” en esa escala.*

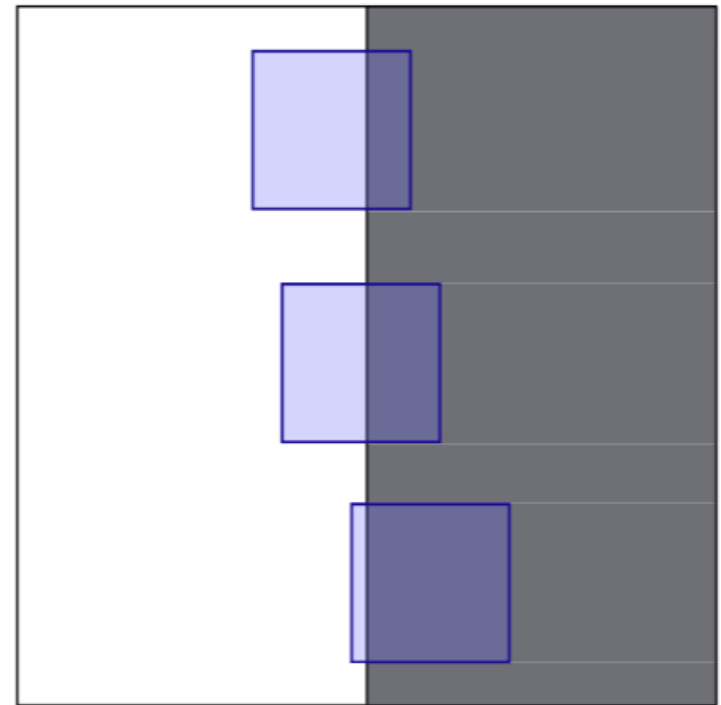
Mi investigación

Objetivo:

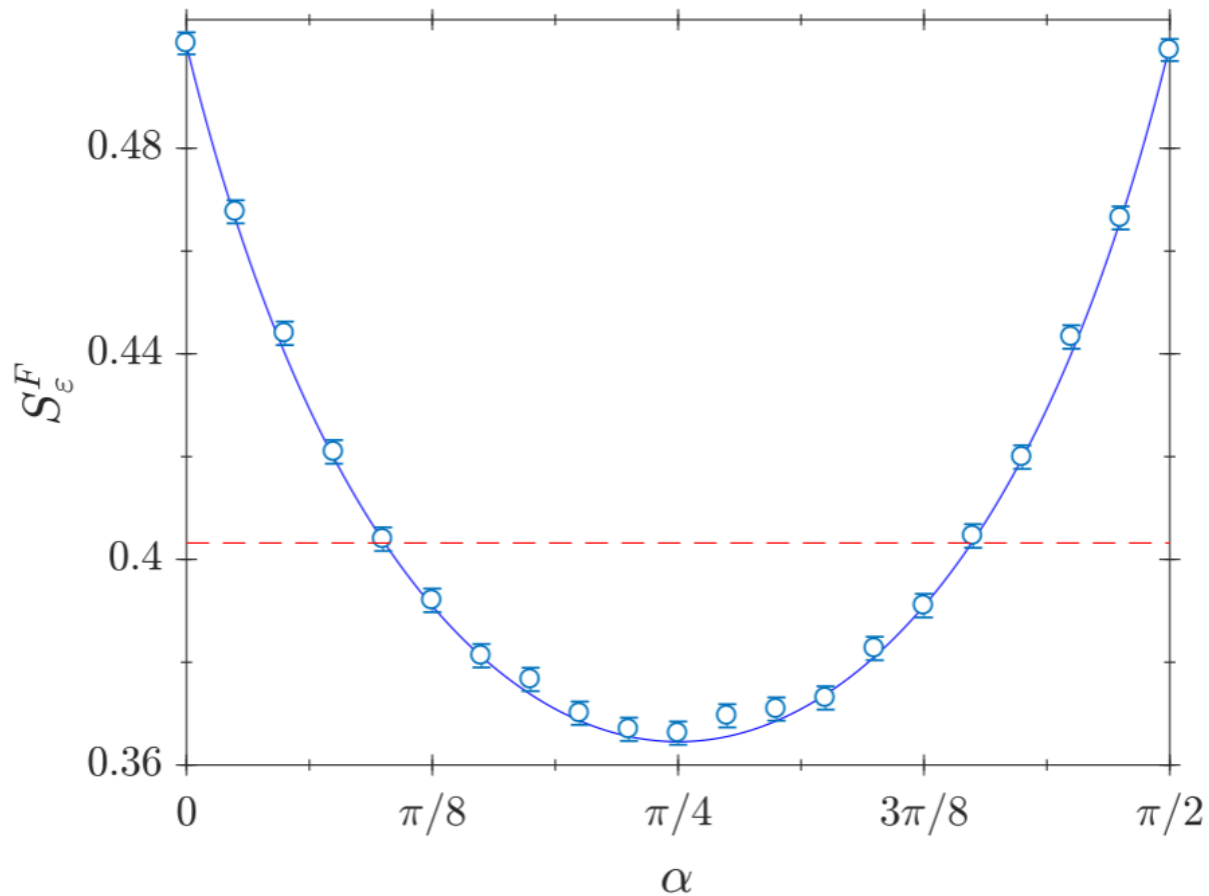
Mejorar el criterio de $\ln(2)$ para fronteras fractales con solo dos cuencas.

Cómo?

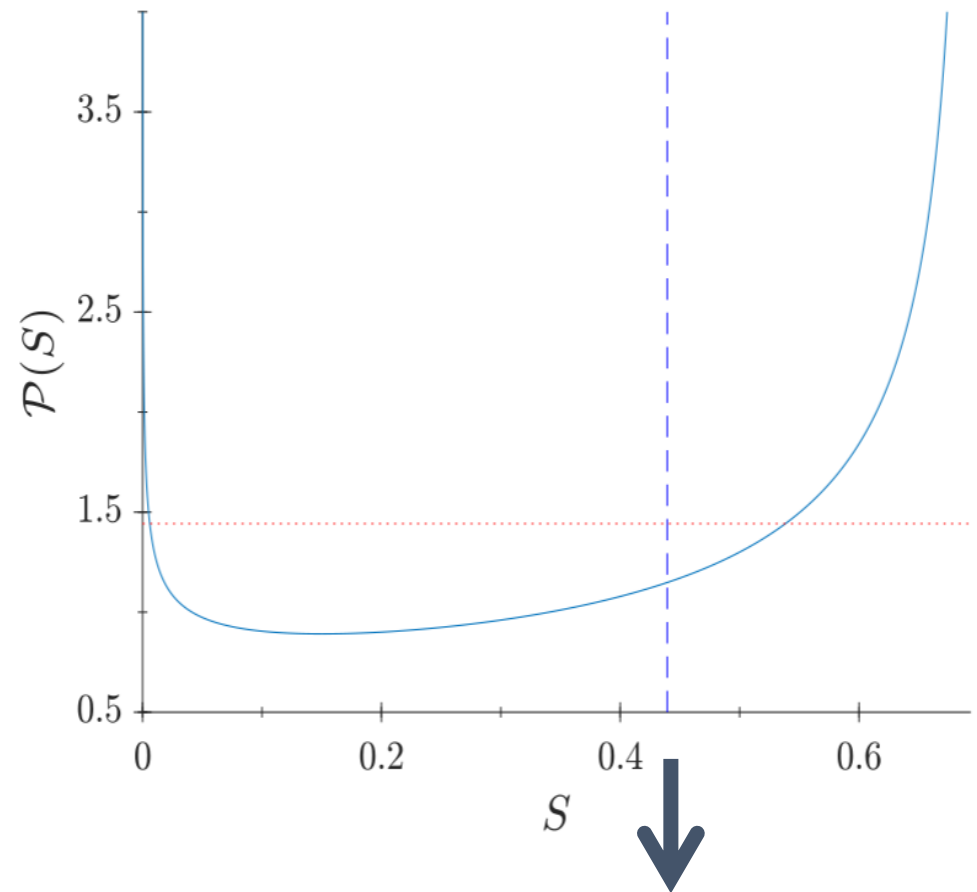
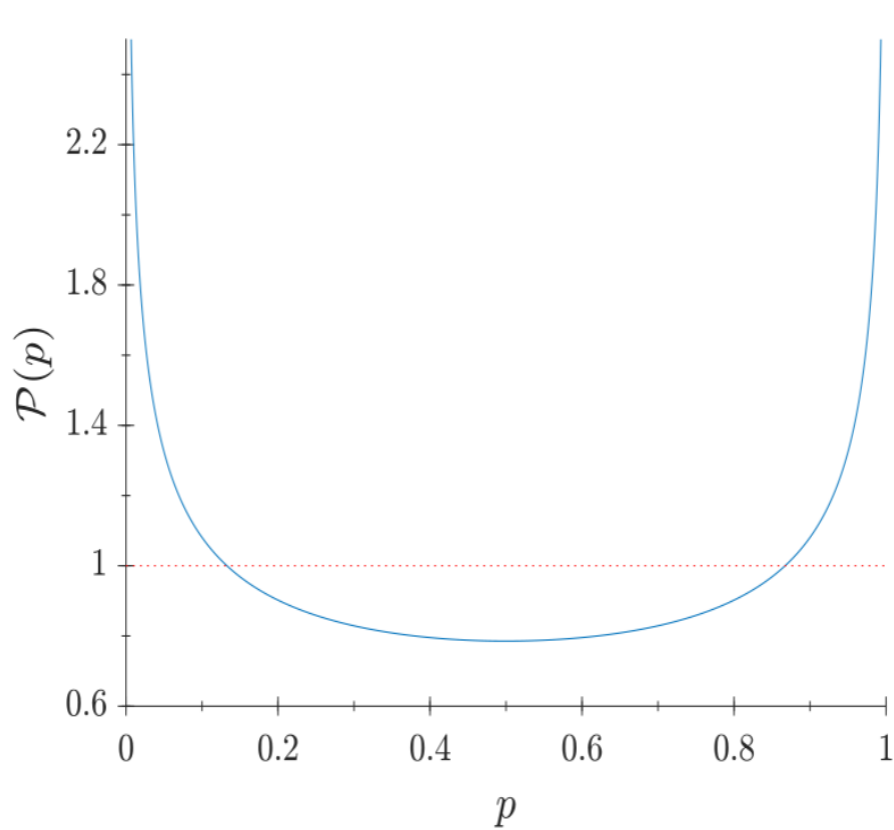
Comparando con una **frontera plana**, porque cualquier **frontera suave** es **localmente plana**.



Cajas cuadradas: No es práctico porque S_ε depende del **ángulo** entre la caja y la frontera.



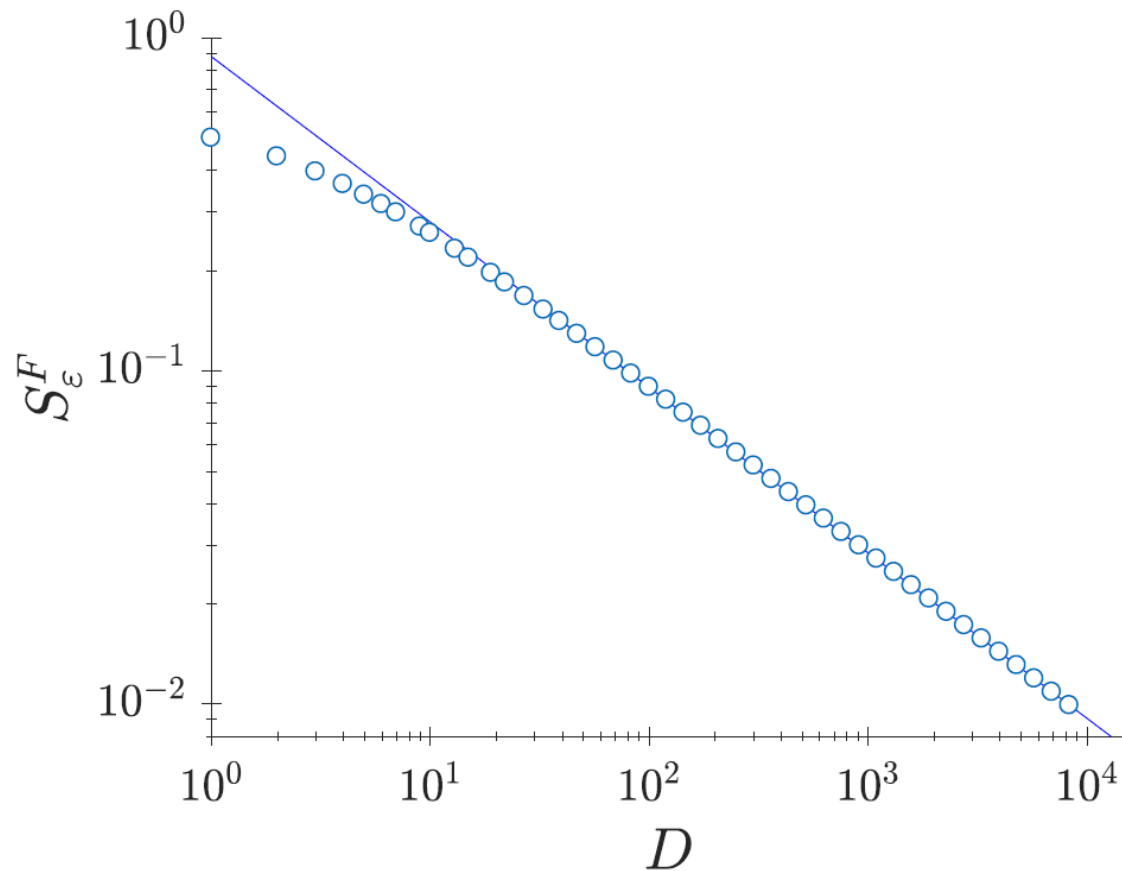
Cajas circulares (en 2D):



$$S_\varepsilon = 0.4395093(6)$$

Otros puntos abordados

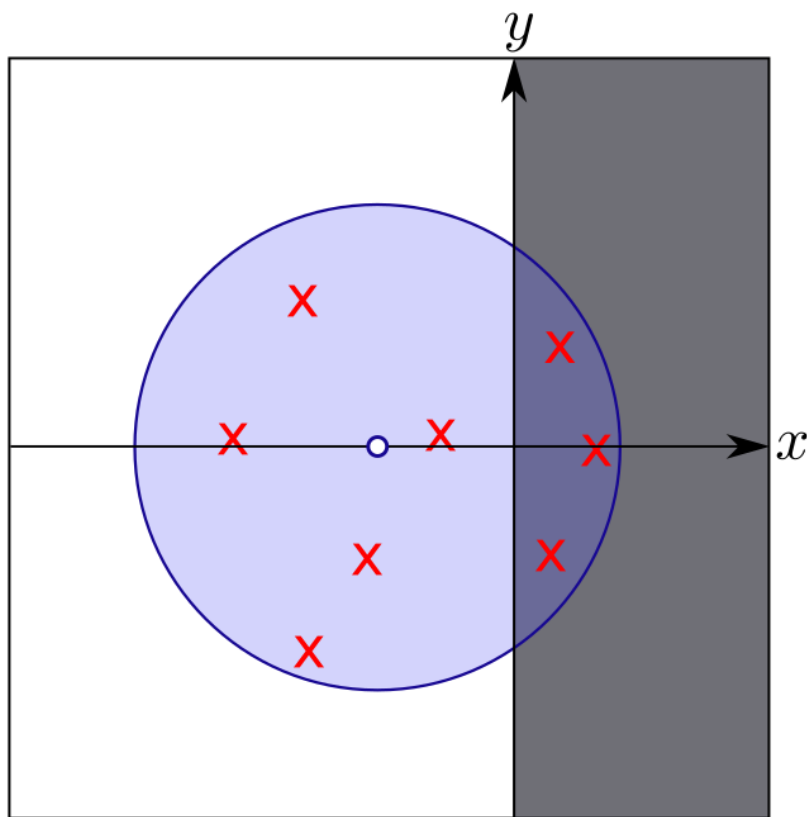
1) Basin boundary entropy para una frontera plana en **cualquier** dimensión D .



Otros puntos abordados

2) Implementación numérica:

Aproximamos los volúmenes tirando puntos.



$$p(k|i) \equiv \frac{V(k|i)}{V(i)}$$

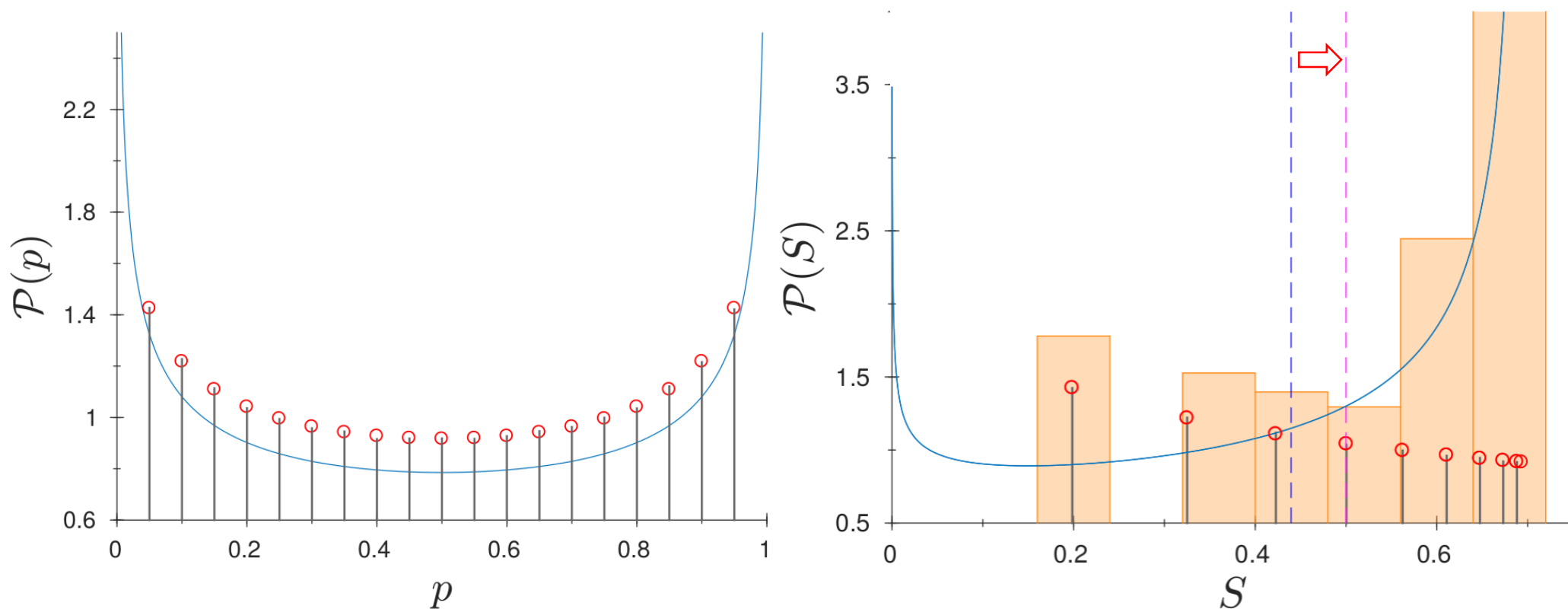


$$\hat{p}(k|i) \equiv \frac{N(k|i)}{N_p}$$

Otros puntos abordados

2) Implementación numérica:

Las **probabilidades se discretizan** y se introduce un **error sistemático** en S_ε que hemos podido cuantificar.



End of Presentation



ANY QUESTIONS?

memecreator.org